

文章编号: 1000-7598-(2000)01-0016-05

土的三模量增量非线性模型及其推广^{*}

殷建华

(香港理工大学 土木及结构工程系, 香港)

摘要: 介绍了三轴条件下的两个三模量增量非线性应力-应变关系式。其中一个用 K, G, J 表述的关系式便于常规有限元计算使用。在次弹性理论基础上将三轴条件下的用 K, G, J 表达的三模量关系式推广到一般的三维应力条件下。给出了三维本构关系的张量形式和矩阵形式, 并对矩阵形式中典型项目的物理意义作了解释。

关键词 本构, 应力, 应变, 模量, 土力学

中图分类号 TU 43 **文献标识码:** A

Three-moduli incremental non-linear models and generalization

Yin Jian-hua

(Department of Civil & Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract This paper introduces two three-moduli incremental non-linear stress-strain relationships under triaxial stress condition. The relationship using K, G, J is useful for finite element implementation. Based on hypoelasticity, this relationship is generalized into a three-dimensional stress-strain relationship. Both tensor form and matrix form are given. The physical meaning of the typical items in the matrix form is explained.

Key Words constitutive model, stress, strain, modulus, soil mechanics

1 前 言

土的应力-应变本构关系对岩土工程分析来说至关重要。土的应力-应变的主要特征有非线性、不可逆性(塑性)和时间有关性。对于大多砂性土来说, 时间有关性可以被忽略。文中主要讨论砂性土的应力-应变本构关系。

在过去几十年中, 许多模型已被提出来模拟土的非线性、不可逆性的应力-应变关系。大部分模型可以分为两类, 一类是弹塑性模型, 另一类是非线性增量模型。弹塑性模型也大多是增量形式, 不过是建立在塑性理论的基础上。非线性增量模型是建立在次弹性理论的基础上(Truesdell)^[1]。文中主要讨论非线性增量模型。

大家比较熟悉的增量非线性模型有 Duncan-Chang 模型^[2] 以及 Domschuck-Villiappan 模型^[3]。Duncan-Chang 模型有两个与应力有关的模量, 即扬氏模量 E 和泊松比 ν (或 E 和 K)。Domschuck-Villiappan 模型有剪切模量 G 和体变模量 K 。这些有两个模量的模型可以被统称为两模量增量非线性模型。这些模型有一个共同的缺陷, 即不能描述土的剪胀和剪缩性。殷建华和袁建新^[4] 建立了一个三模量模型(K_1, K_2, G), 该模型可考虑到剪应力产生的体变, 但未考虑平均应力产生的剪切应变。对于各向异性(或应力历史导致的各向异

性)土, 平均应力增量是可以产生剪切应变增量的。于是殷建华等^[5,6] 在文献[4] 的模型基础上, 提出了一个完全耦合的三模量增量非线性模型, 即 KGJ 模型。该模型完全可考虑剪应力产生的体变和平均应力产生的剪切应变。

2 KGJ 模型的新形式

KGJ 模型的原有形式是由殷建华等^[5,6] 提出:

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_v &= \frac{1}{K}dp' + \frac{1}{J}dq \\ d\epsilon_s &= \frac{1}{J}dp' + \frac{1}{3G}dq \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在三轴应力条件下, 体应变 $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$, 广义应变 $\epsilon_s = 2/3(\epsilon_1 - \epsilon_3)$, 有效平均应力 $p' = 1/3(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)$, 广义应力 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 。式(1)中, K 是体变模量, G 是剪切模量, J 是耦合模量。 J 模量可考虑剪应力增量 dq 产生的体积和平均应力增量 dp' 产生的剪切应变。在式(1)中, $dp' - d\epsilon_s$ 和 $dq - d\epsilon_v$ 的耦合被假定由同一模量 J 描述。这样的本构矩阵是对称的和简单的。如果 $J = \infty$, 则无 $dp' - d\epsilon_s$ 和 $dq - d\epsilon_v$ 的耦合。

式(1)用来描述土加载的应力-应变关系。对于卸载, 式(1)中的模量 K, G, J 被卸载模量 K^e, G^e, J^e 替

收稿日期: 1999-02-24。

^{*} 中国香港 RGC 基金资助(PolyU 5065/97E)。

代即可。式(1)的逆表达式可写为

$$\left. \begin{aligned} dp' &= K d\epsilon_v - \bar{J} d\epsilon_s \\ dq &= -\bar{J} d\epsilon_v + 3G d\epsilon_s \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 模量 $K, G, \bar{J}$ 与模量 K, G, J 的关系是:

$$\left. \begin{aligned} K &= K \frac{J^2}{J^2 - 3KG}, \quad K = \frac{3\bar{K}\bar{G} - J^2}{3G} \\ G &= G \frac{J^2}{J^2 - 3KG}, \quad G = \frac{3\bar{K}\bar{G} - J^2}{3K} \\ \bar{J} &= \frac{3KGJ}{J^2 - 3KG}, \quad J = \frac{3\bar{K}\bar{G} - J^2}{J} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中, 如果 $J = \infty$ 则 $K = K, G = G, \bar{J} = 0$ 。下面对怎样用常规三轴试验来确定三模量 K, G, J 作简要的介绍。

模量 K 可用各向等压(等应力)的加载试验确定。从各向等应力加载试验, 可得到有效应力 p' 与体变 ϵ_v 的关系。用函数 f_1 来拟合, 有

$$\epsilon_v = f_1(p') \quad (4)$$

由式(1)的第一方程, 因 $dq = 0$, 有

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{dp'}{d\epsilon_v} \\ \text{或} \quad \frac{1}{K} &= \frac{d\epsilon_v}{dp'} = \frac{df_1(p')}{dp'} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

模量 J 和 G 可用各向等压固结的排水三轴 (CID) 试验确定。从 CID 试验可得到两个独立的关系, 即体变与广义应力的关系 $\epsilon_v = f_2(q)$, 以及广义应力与广义应变的关系 $q = f_3(\epsilon_s)$ 。注意到 CID 试验的剪切过程中, σ'_3 是常量。因此在剪切过程中, 有 $\eta = dq/dp' = 3$ 。为方便, 定义 J_s :

$$J_s = \frac{dq}{d\epsilon_v} = \frac{1}{d\epsilon_v/dq} = \frac{1}{df_2(q)/dq} \quad (6)$$

由式(1)的第一方程, 有

$$\frac{d\epsilon_v}{dq} = \frac{1}{K} \frac{dp'}{dq} + \frac{1}{J} \quad (7)$$

因 $dq/dp' = \eta = 3$, 故

$$J = \frac{\eta K J_s}{\eta K - J_s} \quad (8)$$

因 K 和 J_s 已知, 由式(8)可唯一确定模量 J 。

为方便起见, 定义 $(3G_s)$ 作为曲线 $q = f_3(\epsilon_s)$ 的斜率

$$G_s = \frac{1}{3} \frac{dq}{d\epsilon_s} = \frac{1}{3} \frac{df_3(\epsilon_s)}{d\epsilon_s} \quad (9)$$

由式(1)的第二方程, 有

$$\frac{d\epsilon_s}{dq} = \frac{1}{J} \frac{dp'}{dq} + \frac{1}{3G} \quad (10)$$

剪切模量 G 可以表达为

$$G = \frac{\eta G_s J}{\eta J - 3G_s} \quad (11)$$

因 J 和 G_s 已知, 由式(11)可确定唯一模量 G , 用同样的方法和卸载曲线, 可以确定卸载模量 K^e, G^e, J^e 。由于篇幅限制, 对模量的实例确定和模型的验证不在这里介绍, 可参看文献[5, 6]。

3 三轴应力条件下关系的推广

式(1)和式(2)都是在三轴应力条件下建立起来的。由于大多有限元计算都以位移为未知量, 所以式(2)更方便于使用。下面讨论如何将式(2)推广到一般三维应力条件下。

次弹性关系可以写为^[1, 4, 7]

$$d\sigma'_{ij} = D_{ijkl}(\sigma'_{mn})d\epsilon_{kl} \quad (12)$$

如果是增量各向同性次弹性关系, D_{ijkl} 应为^[1, 4, 7]

$$\begin{aligned} D_{ijkl}(\sigma'_{mn}) = & b_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + b_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) + b_3 \sigma'_{ij} \delta_{kl} + \\ & b_4 \delta_{ij} \sigma'_{kl} + b_5 (\delta_{ik} \sigma'_{jl} + \delta_{jl} \sigma'_{ik} + \delta_{jk} \sigma'_{il} + \\ & \delta_{il} \sigma'_{jk}) + b_6 \delta_{ij} \sigma'_{km} \sigma'_{ml} + b_7 \delta_{kl} \sigma'_{im} \sigma'_{mj} + \\ & b_8 (\delta_{ik} \sigma'_{jm} \sigma'_{ml} + \delta_{jl} \sigma'_{im} \sigma'_{mk} + \delta_{jk} \sigma'_{im} \sigma'_{ml} + \\ & \delta_{il} \sigma'_{im} \sigma'_{mk}) + b_9 \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} + b_{10} \sigma'_{ij} \sigma'_{km} \sigma'_{mi} + \\ & b_{11} \sigma'_{im} \sigma'_{mj} \sigma'_{kl} + b_{12} \sigma'_{im} \sigma'_{mj} \sigma'_{kl} \sigma'_{nl} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中 $b_1, b_2, \dots, b_{12}$ 为 12 个系数, 可能与应力不变量有关。符号 δ 是 Kronecker delta ($i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$; $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$)。式(12)和式(13)是将式(2)推广到三维的基础。常规试验不能确定所有的 12 个系数。为此, 假定系数 b_5 到 b_{12} ($b_5 \dots b_{12}$ 与高阶量有关) 为零。这样, 式(13)可写为

$$\begin{aligned} D_{ijkl}(\sigma'_{mn}) = & b_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + b_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) + \\ & b_3 \sigma'_{ij} \delta_{kl} + b_4 \delta_{ij} \sigma'_{kl} \end{aligned} \quad (14)$$

式(12)可写为

$$\begin{aligned} d\sigma'_{ij} = & b_1 \delta_{ij} d\epsilon_{kk} + 2b_2 d\epsilon_{ij} + b_3 \sigma'_{ij} d\epsilon_{kk} + \\ & b_4 \delta_{ij} \sigma'_{kl} d\epsilon_{kl} \end{aligned} \quad (15)$$

在三轴应力条件下, 式(15)变为:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma'_{11} &= b_1 d\epsilon_{kk} + 2b_2 d\epsilon_{11} + b_3 \sigma'_{11} d\epsilon_{kk} + \\ & b_4 (\sigma'_{11} d\epsilon_{11} + 2\sigma'_{22} d\epsilon_{22}) \\ d\sigma'_{22} &= b_1 d\epsilon_{kk} + 2b_2 d\epsilon_{22} + b_3 \sigma'_{22} d\epsilon_{kk} + \\ & b_4 (\sigma'_{11} d\epsilon_{11} + 2\sigma'_{22} d\epsilon_{22}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

并有:

$$\left. \begin{aligned} dp &= (b_1 + \frac{2}{3}b_2 + pb_3 + pb_4) d\epsilon_v + \\ & b_4 q d\epsilon_s \\ dq &= b_3 q d\epsilon_v + 3b_2 d\epsilon_s \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将式(17)与式(2)比较, 有

$$\left. \begin{aligned} b_4 &= b_3 = -\frac{\bar{J}}{q} \\ b_2 &= G \\ b_1 &= K - \frac{2}{3}G + \frac{2p'}{q} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将式(18)代入式(15),有

$$d\sigma'_{ij} = (K - \frac{2}{3}G + \frac{2p'}{q}\bar{J})\delta_{ij}d\epsilon_{kk} + 2Gd\epsilon_{ij} - \frac{\bar{J}}{q}\sigma'_{ij}d\epsilon_{kk} - \frac{\bar{J}}{q}\delta_{ij}\sigma'_{kl}d\epsilon_{kl} \quad (19)$$

因平均有效应力 p' 和广义应力 q 分别为:

$$\left. \begin{aligned} p' &= \frac{\sigma'_{kk}}{3} = \frac{\sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33}}{3} \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2}}(S_{ij}S_{ij})^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式(19)的矩阵形式是

$$\{d\sigma'\} = [D]\{d\epsilon\} \quad (21)$$

或

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_{11} \\ d\sigma'_{22} \\ d\sigma'_{33} \\ d\sigma_{12} \\ d\sigma_{23} \\ d\sigma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & G & 0 & 0 \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & 0 & G & 0 \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{11} \\ d\epsilon_{22} \\ d\epsilon_{33} \\ d\gamma_{12} \\ d\gamma_{23} \\ d\gamma_{31} \end{Bmatrix}$$

$[D]$ 为对称矩阵,其中:

$$\left. \begin{aligned} D_{11} &= \beta_1 + 2\beta_3; D_{12} = D_{21} = \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 \\ D_{22} &= \beta_1 + 2\beta_4; D_{23} = D_{32} = \beta_2 + \beta_4 + \beta_5 \\ D_{33} &= \beta_1 + 2\beta_5; D_{31} = D_{13} = \beta_2 + \beta_3 + \beta_5 \\ D_{44} &= D_{55} = D_{66} = G \\ D_{41} &= D_{42} = D_{43} = D_{14} = D_{24} = D_{34} = -\frac{\bar{J}\sigma_{12}}{q} \\ D_{51} &= D_{52} = D_{53} = D_{15} = D_{25} = D_{35} = -\frac{\bar{J}\sigma_{23}}{q} \\ D_{61} &= D_{62} = D_{63} = D_{16} = D_{26} = D_{36} = -\frac{\bar{J}\sigma_{31}}{q} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= K + \frac{4}{3}G \\ \beta_2 &= K - \frac{2}{3}G \\ \beta_3 &= \frac{\bar{J}}{3q}(\sigma'_{22} + \sigma'_{33} - 2\sigma'_{11}) \\ \beta_4 &= \frac{\bar{J}}{3q}(\sigma'_{11} + \sigma'_{33} - 2\sigma'_{22}) \\ \beta_5 &= \frac{\bar{J}}{3q}(\sigma'_{22} + \sigma'_{11} - 2\sigma'_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

由式(22)可见,如果 $\bar{J} = \infty$ 或 $\bar{J} = 0$, 即无剪胀或剪缩时,矩阵 $[D]$ 退化为二模量模型的本构矩阵。

4 对推广模型物理意义的解释

由式(22)可知,如果试样只经受一剪应变增量

$d\gamma_{12}$, 由此产生的应力增量是:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma'_{11} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{12}}{q}d\gamma_{12} \\ d\sigma'_{22} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{12}}{q}d\gamma_{12} \\ d\sigma'_{33} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{12}}{q}d\gamma_{12} \\ d\sigma'_{12} &= Gd\gamma_{12} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

剪应变增量 $d\gamma_{12}$ 会导致剪应力增量 $d\sigma_{12}$ 是意料中的事。如果土有剪胀剪缩性质,并经受有总剪应力 σ_{12} , 则剪应变增量还会产生正应力增量 $d\sigma'_{11}, d\sigma'_{22}, d\sigma'_{33}$ 。对松散土,土会剪缩,如前述有 $\bar{J} > 0$, 如图 1(a) 所示。在剪应变增量 $d\gamma_{12}$ 的作用下,垂直应力会降低,如图 1(a) 所示。这是因为土有剪缩的趋势。式(24)中的第 1, 2 和 3 的关系正好描述这一可能的垂直应力降低。注意这里想象的试验,是应变控制的,垂直应变增量被假定为零。对密实土,土会剪胀,有 $\bar{J} < 0$, 如图 1(b) 所示。在剪应变增量 $d\gamma_{12}$ 作用下,垂直应力会增加,如图 1(b) 所示。这是因为土有剪胀的趋势。式(24)中的第 1, 2 和 3 的关系正好描述这一可能的垂直应力会增加。

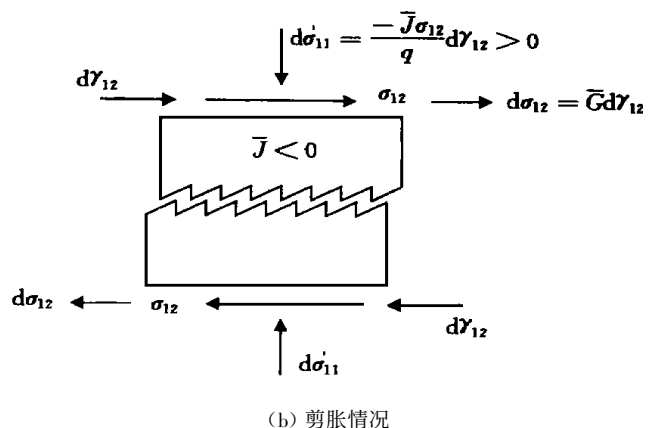
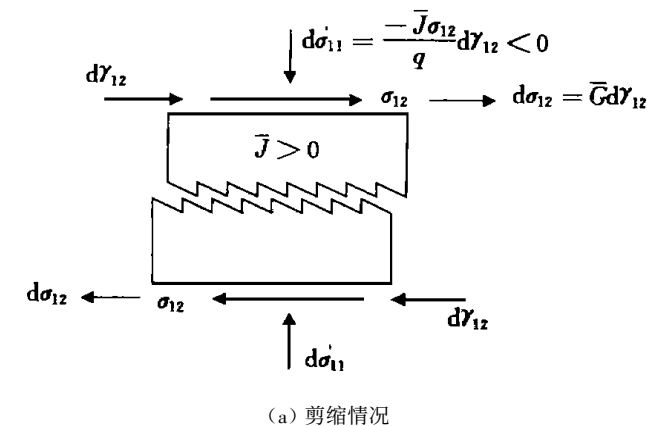


图 1 在剪应变 $d\gamma_{12}$ 作用下剪缩情况和剪胀情况

Fig. 1 Under the action of a shear strain

increment $d\gamma_{12}$ shear compression case and shear dilation case

由式(22)可知,如果试样只经受唯一正应变增量

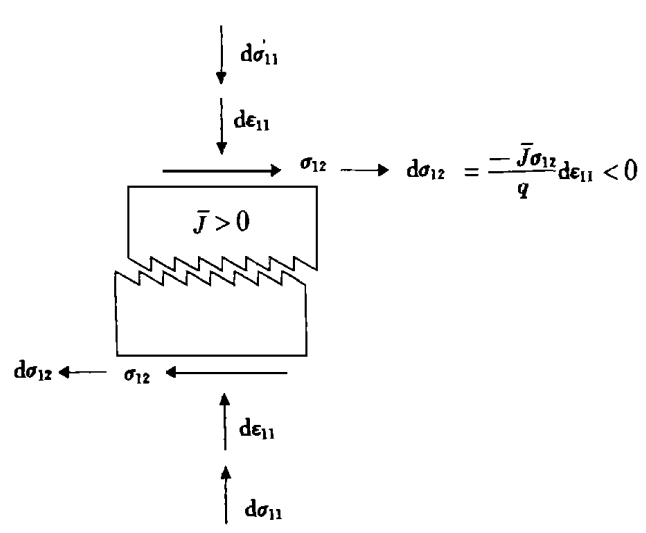
$d\epsilon_{11}$, 由此产生的应力增量是:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma'_{11} &= [K + \frac{4}{3}G + \frac{2\bar{J}}{3q}(\sigma'_{22} + \sigma'_{33} - 2\sigma'_{11})] d\epsilon_{11} \\ d\sigma_{12} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{12}}{q} d\epsilon_{11} \\ d\sigma_{23} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{23}}{q} d\epsilon_{11} \\ d\sigma_{31} &= \frac{-\bar{J}\sigma_{31}}{q} d\epsilon_{11} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

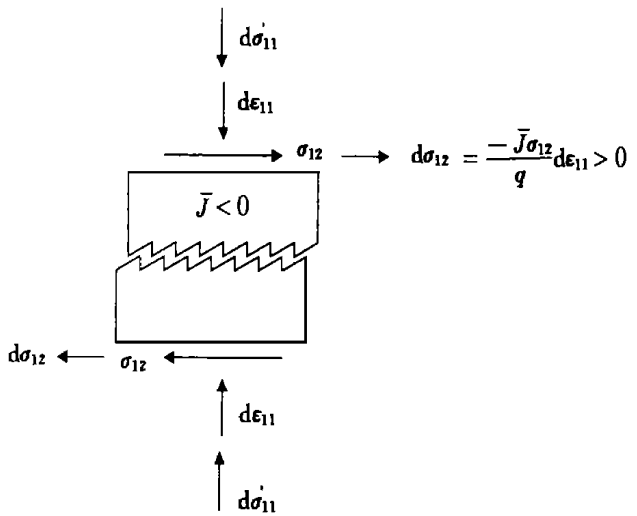
如预料的那样, 正应变增量 $d\epsilon_{11}$ 会产生正应力增量 $d\sigma'_{11}$, 但与 $2\bar{J}(\sigma'_{22} + \sigma'_{33} - 2\sigma'_{11})/(3q)$ 有关。如果总剪应力 σ_{12} , σ_{23} 和 σ_{31} 存在, 则正应变增量 $d\epsilon_{11}$ 会产生剪应力增量 $d\sigma_{12}$, $d\sigma_{23}$, $d\sigma_{31}$, 但与耦合模量 $\bar{J}$ 有关。对松散土, 土会剪缩, 有 $\bar{J} > 0$, 如图 2(a) 所示。在正应变增量 $d\epsilon_{11}$ 的作用下, 剪应力增量 $d\sigma_{12}$ 会减小, 如图 2(a) 所示。这是因为土有剪缩的趋势, 即: 图 2(a) 的上半部分会向下和左移动。注意这想象的试验, 是应变控制的, 剪应变增量被假定为零, 即 $d\gamma_{12}$ 为零, 故上半部份被限制向下和左移动。结果, 剪应力会降低。式 (25) 中的第 2, 3 和 4 的关系正好描述这一剪应力可能会降低。对密实土, 土会剪胀, 有 $\bar{J} < 0$, 如图 2(b) 所示。在正应变增量 $d\epsilon_{11}$ 作用下, 剪切应力会增加, 如图 2(b) 所示, 这是因为土有剪胀的趋势。式 (25) 中的第 2, 3 和 4 的关系正好描述这一可能的剪应力的增加。

关于卸载准则, 文中未作讨论。卸载准则对于增量非线性模型和弹塑性模型都非常重要, 值得进一步研究。这里作者提一个关于增量非线性模型卸载准则初步的想法。对于任意应力分量增量, 如果

$$d\sigma'_{ij} > 0, \text{ 加载, 用模量 } K, G, J \text{ 或 } K, G, \bar{J}$$
$$d\sigma'_{ij} < 0, \text{ 卸载, 用模量 } K^e, G^e, J^e \text{ 或 } K^e, G^e, \bar{J}^e$$



(a) 剪缩情况



(b) 剪胀情况

图 2 在正应变 $d\epsilon_{11}$ 作用下剪缩和剪胀情况

Fig. 2 Under the action of a normal strain increment $d\epsilon_{11}$ shear compression case and shear dilation case

如果 $d\sigma'_{ij} = 0$, 其应变增量为零, 因此, 无论用加载或卸载模量都可以。上面的加载准则需要进一步的研究。

5 结 语

文中介绍了三轴条件下的三模量增量非线性应力-应变关系式。其中用 $K, G, \bar{J}$ 表述的关系式便于常规有限元计算使用。作者在次弹性理论上, 将三轴应力条件下用 $K, G, \bar{J}$ 表达的三模量应力-应变关系式推广到一般的三维应力条件下, 给出了三维关系的张量形式和矩阵形式。对矩阵形式中典型的项目的物理意义作了解释。

文中介绍的三模量模型有二模量模型所不具有的优点, 即可以考虑剪胀剪缩和平均应力产生剪应变的特点。所得到三维本构矩阵更便于有限元数值计算使用。

本文的研究得到中国香港特别行政区政府大学资助委员会 RGC 基金 (PolyU 5065/97E) 的资助, 特此致谢。

参 考 文 献

1

Truesdell C. Hypo-elasticity [J]. **Journal of Rational Mechanics and Analysis** 1955, 4(1): 83 ~ 133.

2

Duncan J M, Chang C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils [J]. **J. of Soil Mech. and Found. Div., ASCE**, 1970, 96 (SM 5): 1 629 ~ 1 654.

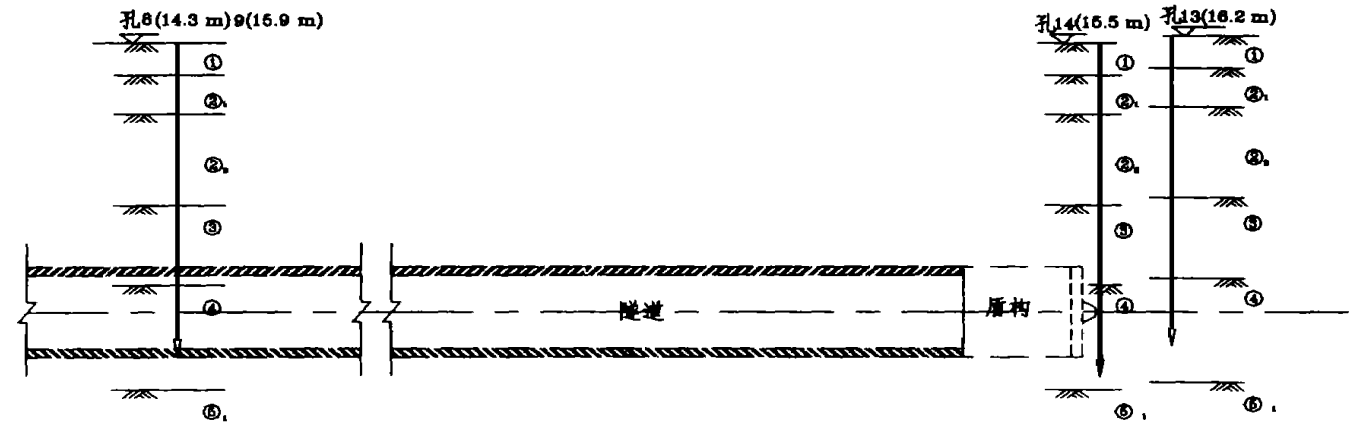


图 4 隧道轴线左侧土体触探孔剖面图
Fig. 4 Diagram of cross section of static sounding boreholes on the left side of tunnel axis

5 结论及建议

(1) 文中采用了动态跟踪盾构推进的静力触探试验方法来研究地层受扰动的情况, 总结出了盾构施工对周围土体影响的三个变化阶段, 即三个土体区域, 包括盾构刀盘前方 45°线土体区、盾构周围土体区以及盾构尾部后方土体区, 可以初步定量地描述土体受扰动后的有关力学参数。

(2) 盾构推进引起一定范围内土体结构性的破坏, 使得土体的变形指标如压缩模量值发生变化, 同时土体的强度指标 c , φ 值也相应地发生变化, 通过静力触探试验成果的换算得到的土体物理和力学参数值对模拟盾构施工的数值分析有一定的参考价值。

(3) 文中着重对地层受盾构施工扰动影响的现场试验结果作了一定的分析, 今后尚需在理论分析中对

盾构施工引起地层扰动的机理作进一步研究, 以取得更加深入的认识, 从而能指导盾构隧道的施工。

参 考 文 献

- 1 陈仲颐, 叶书麟. 基础工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990. 82~85.
- 2 王鍾琦. 岩土工程测试技术[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986. 256~275.
- 3 Ulf Zishinsky. Wirkungsmechanismen Geologischer Störungen in Tunneln. Felsbau 14. 1996.
- 4 沈 杰. 地基基础手册[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1985. 57~59.
- 5 朱忠隆. 隧道沉降预测的随机方法及盾构推进对地层扰动的试验与监测研究:[硕士学位论文][D]. 上海: 同济大学, 1998. 45~52.
- 6 Yin J H, Saadat F, Graham J. Constitutive modeling of a compacted sand-bentonite mixture using three-modulus hypoelasticity [J]. Canadian Geotechnical Journal 1990, 27: 365~372.
- 7 Coon M D, Evans R J. Recoverable deformation of cohesionless soils [J]. J. of Soil Mech. and Found. Div., 1977, 97: 375~391.
- 8 Domaschuk I, Villiappan P. Nonlinear settlement analysis by finite element [J]. J. of Soil Mech. and Found. Div., ASCE, 1975, 101: 601~614.
- 9 殷建华, 袁建新. 土的增量非线性模型[J]. 岩土力学, 1985, 6(1): 5~14.
- 10 Yin J H. Constitutive Modeling of Time-dependent Stress-strain Behavior of Soils: [Ph. D. thesis] [D]. Winnipeg: University of Manitoba. 1990. 314.

(上接第 19 页)